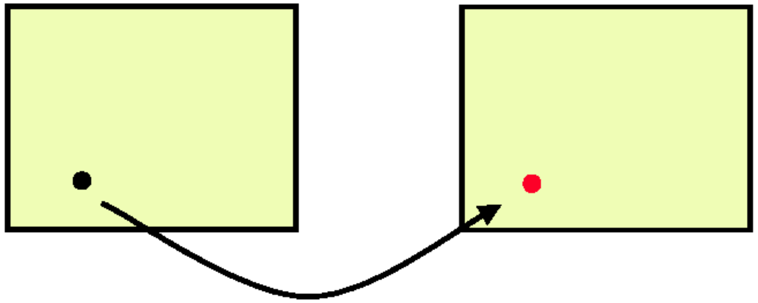
Операции над изображениями

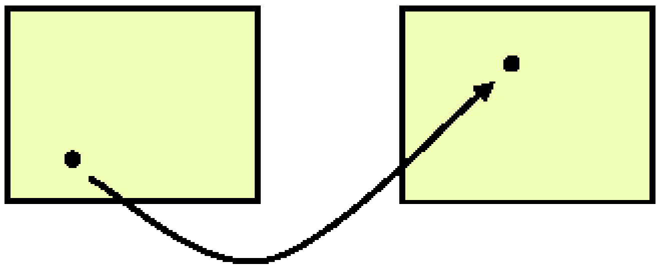
- Точечные
- Пространственные
- Геометрические
- Алгебраические
- Покадровые

Точечные операции



1. Результат зависит только от яркости пикселя и не зависит от его положения
2. Результат не зависит от окружающих пикселей
3. Минимальный расход памяти
4. Пример: $\boldsymbol{I'(x,y) = a\cdot I(x,y)+b}$

Геометрические операции



1. Результат зависит только от координат пикселя
2. Результат не зависит от окружающих пикселей
3. Пример: $\boldsymbol{I'(x,y) = I(x+a, y+b)}$

Алгебраические операции

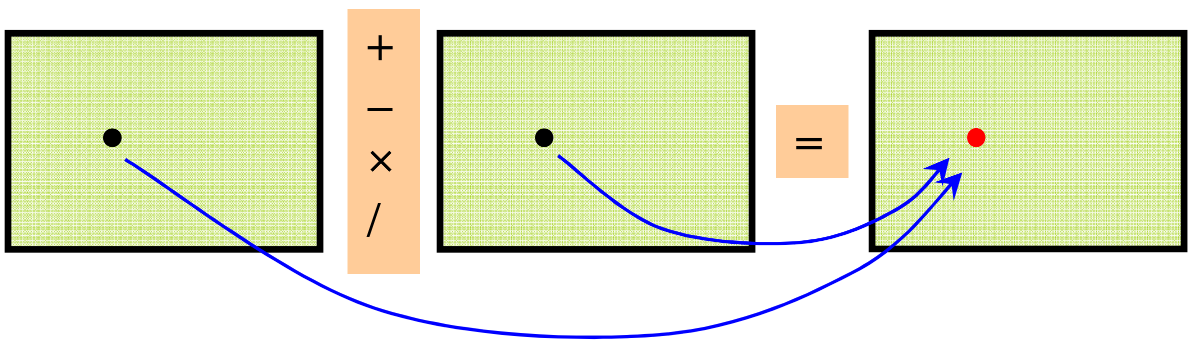
Составляют новое изображение из поточечных сумм, разностей, произведений и частных двух исходных изображений.

Сумма: $C(x,y) = A(x,y) + B(x,y)$

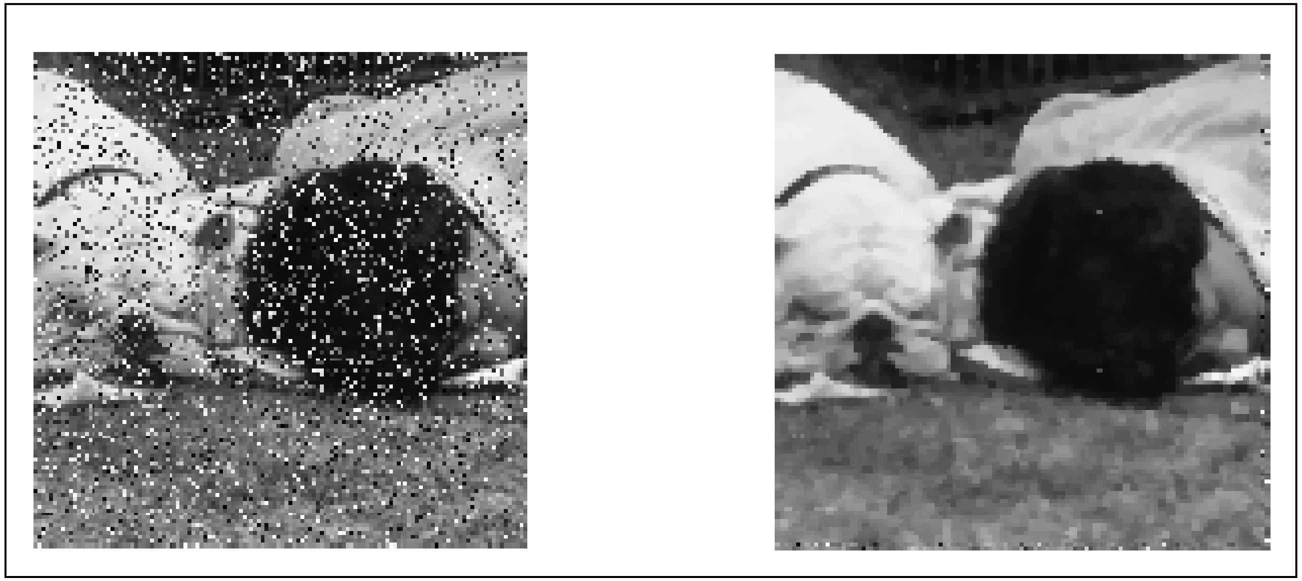
Разность: $C(x,y) = A(x,y) - B(x,y)$

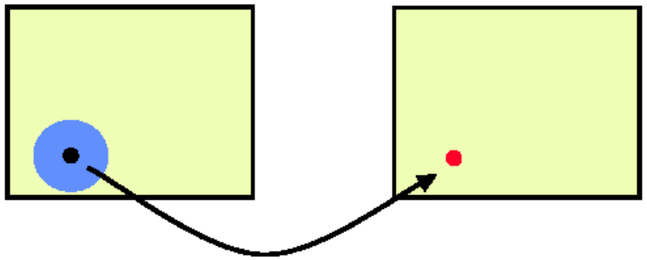
Произведение: $C(x,y) = A(x,y) \cdot B(x,y)$

Частное: $C(x,y) = A(x,y) / B(x,y)$



Пространственные операции

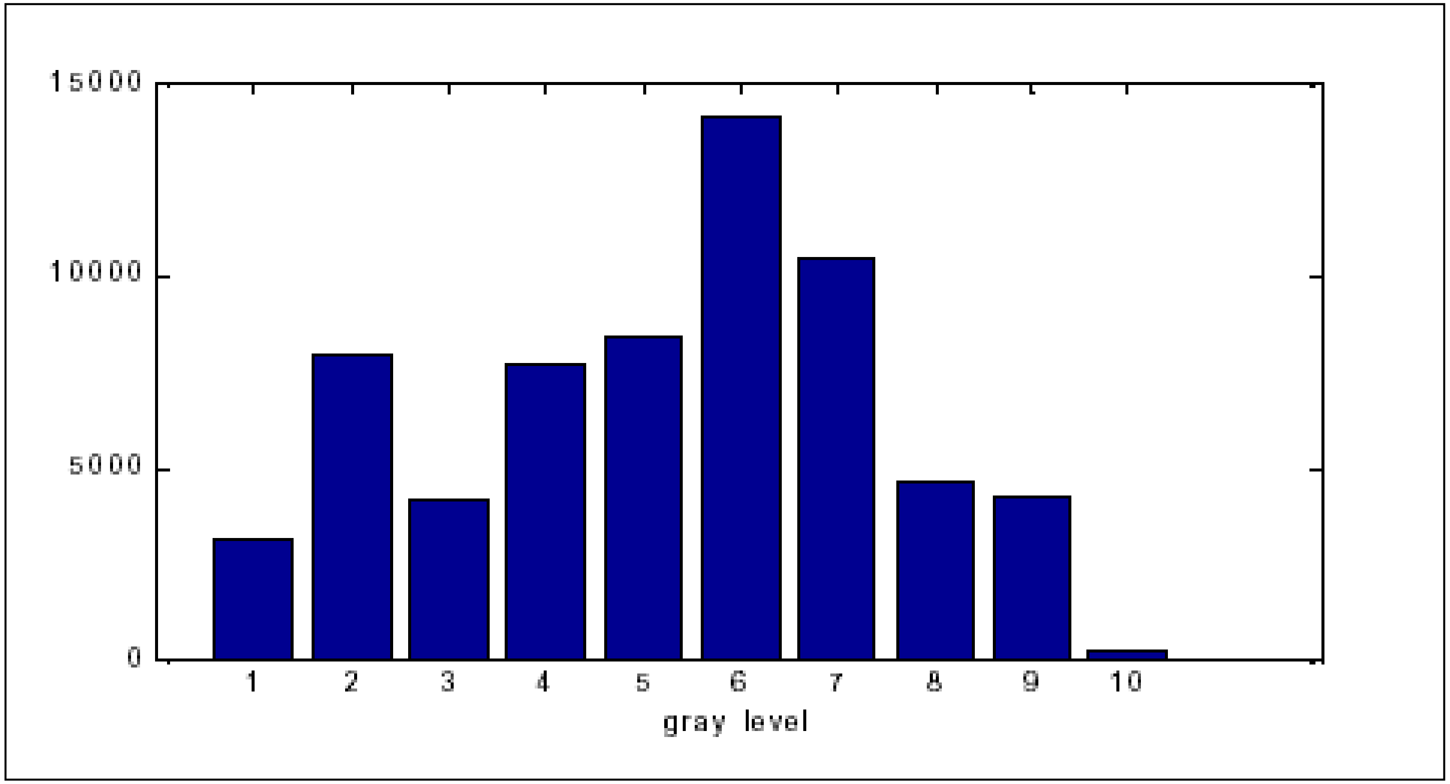




4. Результат зависит от яркости и координат пикселя
5. Результат зависит от окружающих пикселей
6. Пример: $$\boldsymbol{I'(x,y) = \sum_{(u,v)\in \text{Окрестность}} I\,(u,\,v)}$$

Гистограмма изображения

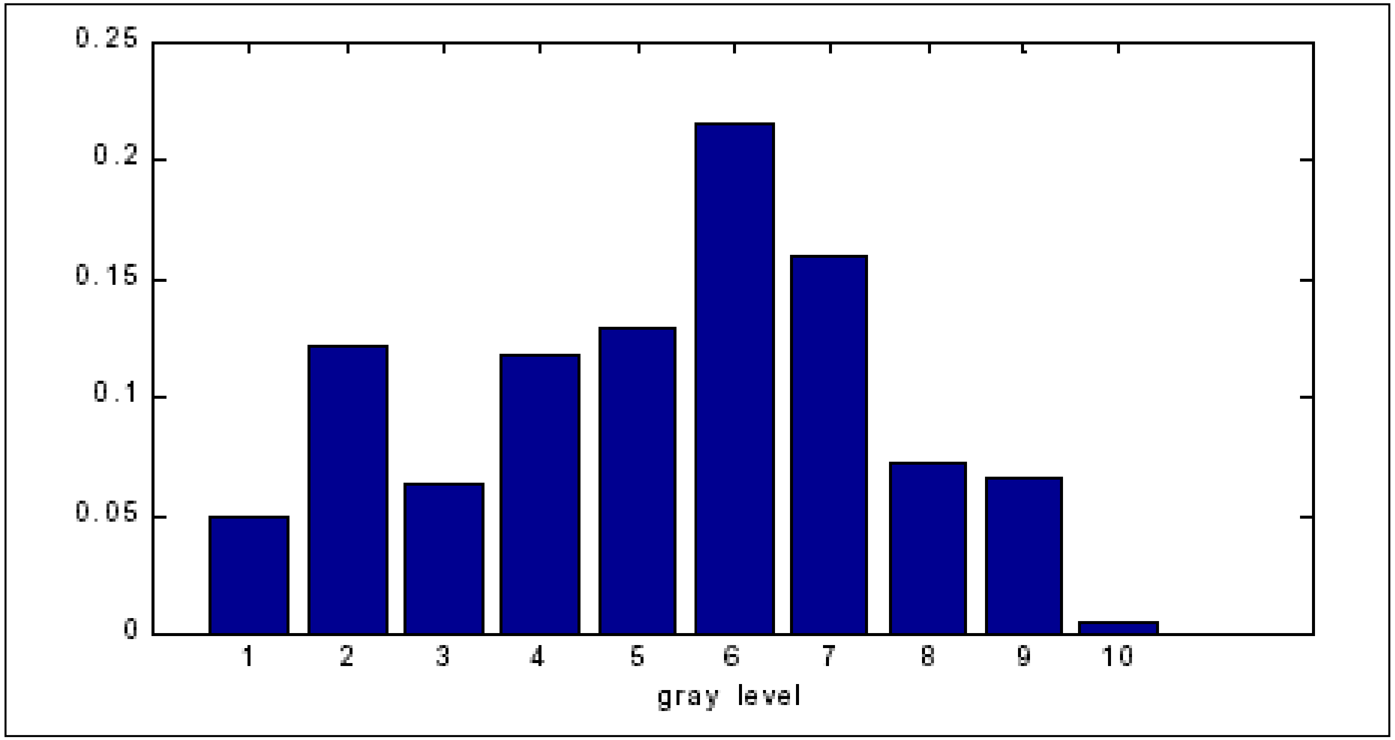
$H_I(k) = \langle$ количество пикселей с яркостью k $\rangle$



Нормализованная гистограмма

$$P_I(k)=H_I(k)/N=H_I(k) / (\sum_k H_I(k))$$

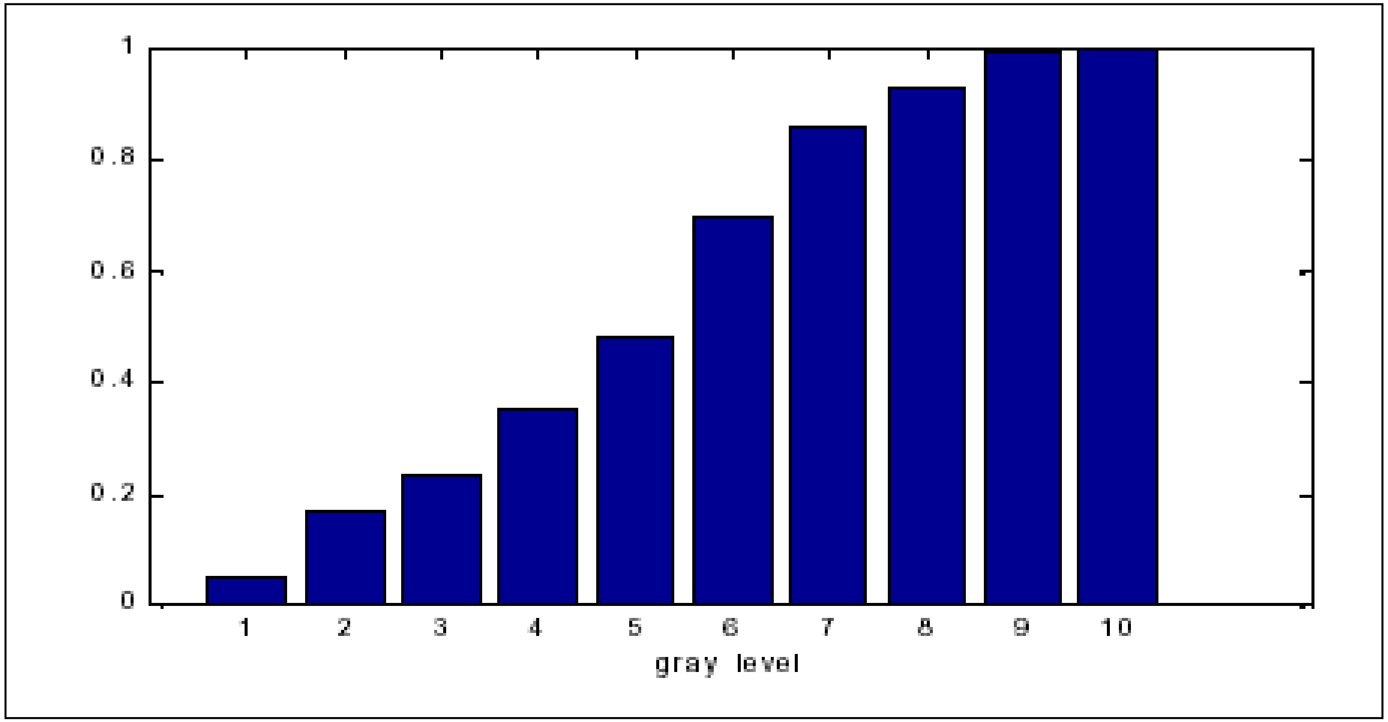
- N – количество пикселей в изображении
- $P_I(k)$ – вероятность получения яркости k при случайном выборе пикселя



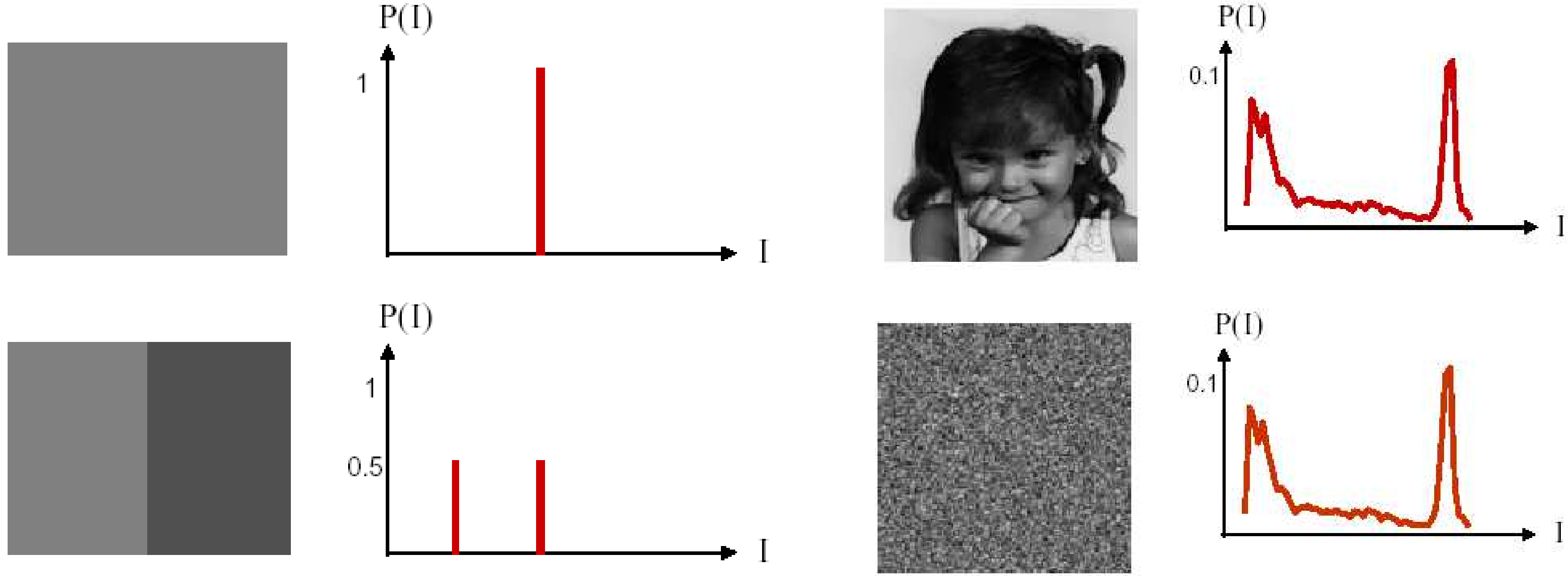
Накопительная гистограмма

$$C_I(k) = \sum_{j \le k} P_I(j)$$

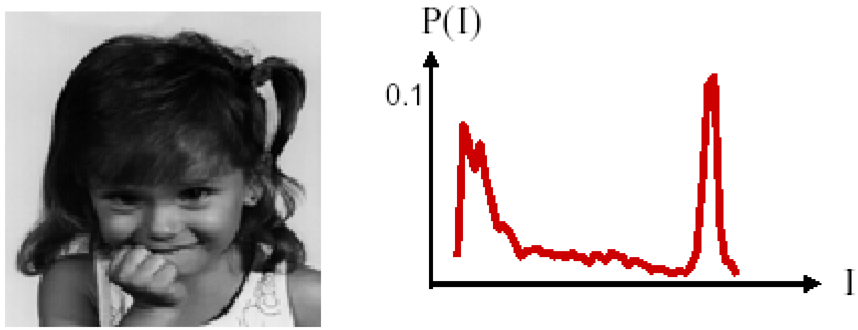
- $C_I(k)$ –вероятность получения яркости не больше k при случайном выборе пикселя
- Заметим, что $C_I(k) - C_I(k-1) = P_I(k)$

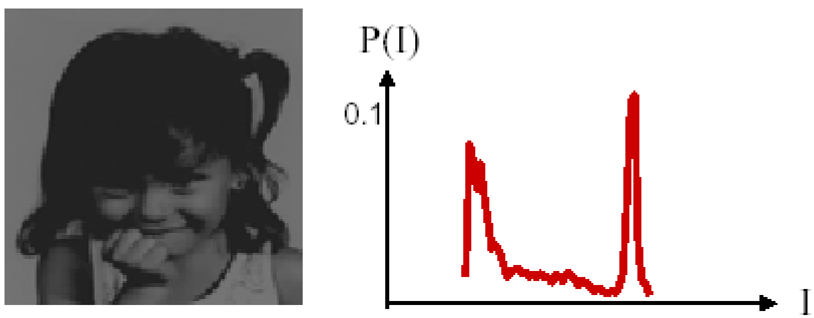


Примеры гистограмм

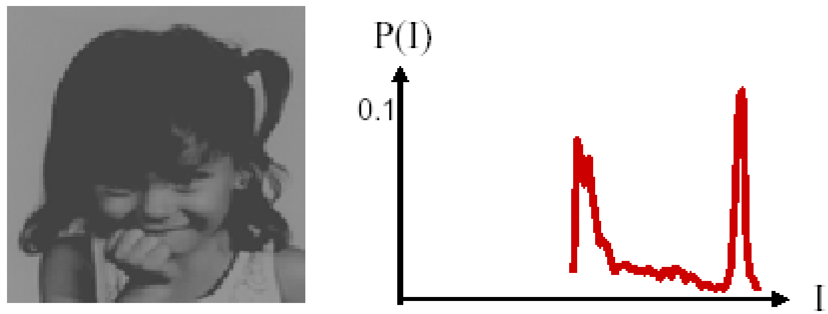


Примеры гистограмм





Уменьшение контраста



Просветление изображения

Свойства гистограммы

Средняя яркость

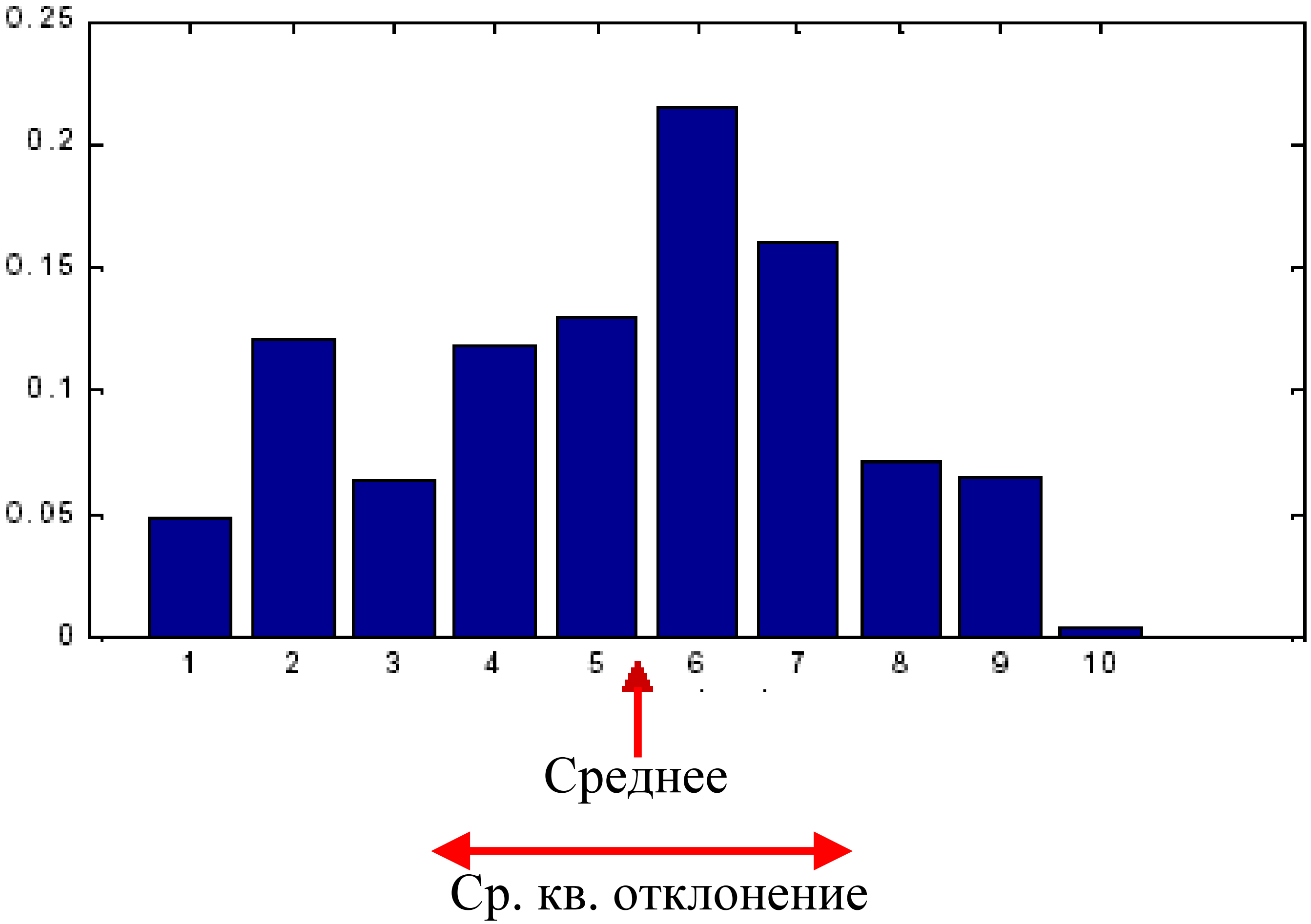
$$E(I)=\frac{\sum_{i,j} I(i,j)}{N}=\frac{\sum_{k} k\,H_I(k)}{N}=\sum_{k} k\,P_I(k)$$

$$E\left(I^2\right)=\frac{\sum_{i,j} I^2(i,j)}{N}=\sum_{k} k^2\,P_I(k)$$

Среднеквадратичное отклонение

$$S(I)=\frac{\sqrt{\sum_{i,j}\left(I(i,j)-E(I)\right)^2}}{N}=\sqrt{E\left(I^2\right)-E^2(I)}$$

Свойства гистограммы



Применение гистограмм

- Оценка параметров изображения:

  среднее, вариация, энтропия, контрастность, площадь (для заданного уровня яркости)
- Выбор порога бинаризации
- Мера различия изображений
- Улучшение изображений:

  - Эквализация гистограмм
  - Гистограммное растягивание
  - Гистограммное выравнивание

Точечные операции

Каждый пиксель выходного изображения зависит от одного соответствующего пикселя входного изображения.

Точечная операция – это преобразование яркости.

$A(x,y)$ – исходное изображение

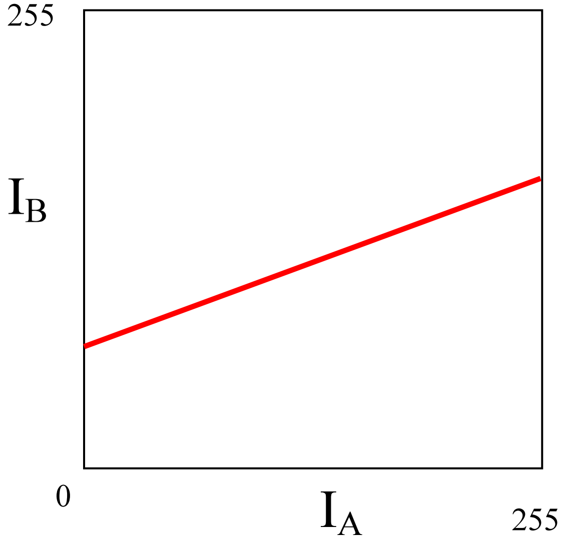
$B(x,y)$ – преобразованное изображение

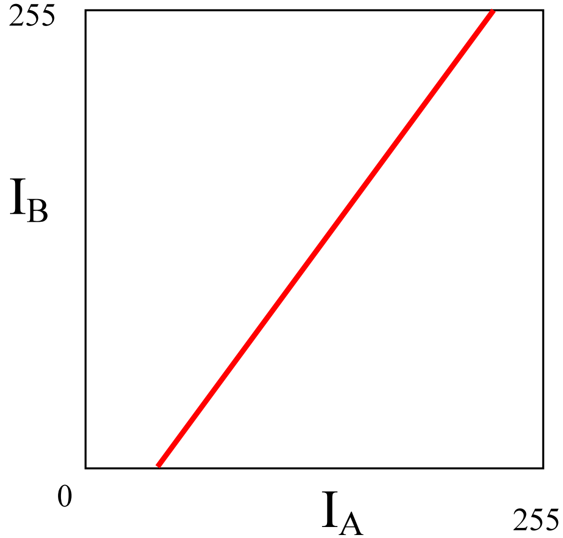
$$B(x,y)=f\,[A(x,y)]$$

Точечная операция полностью задаётся функцией преобразования яркости $f\,[k]$

Линейные точечные операции

$$I_B = f(I_A) = \alpha \cdot I_A + \beta$$





при $\alpha>1$ контрастность усиливается,

при $\alpha<1$ контрастность уменьшается,

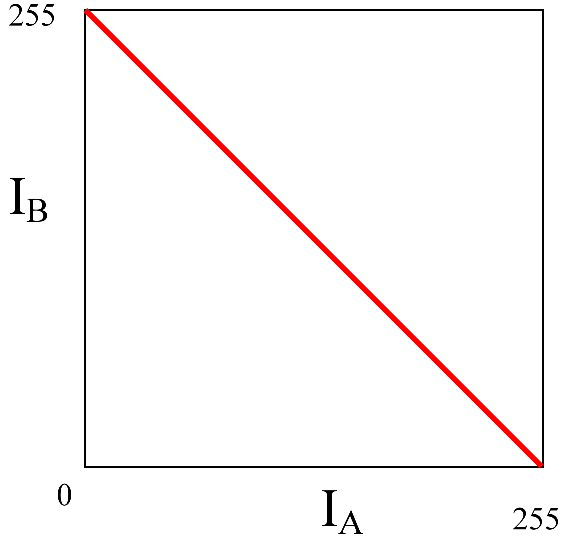
при $\alpha=1$ и $\beta>0$ изображение светлее,

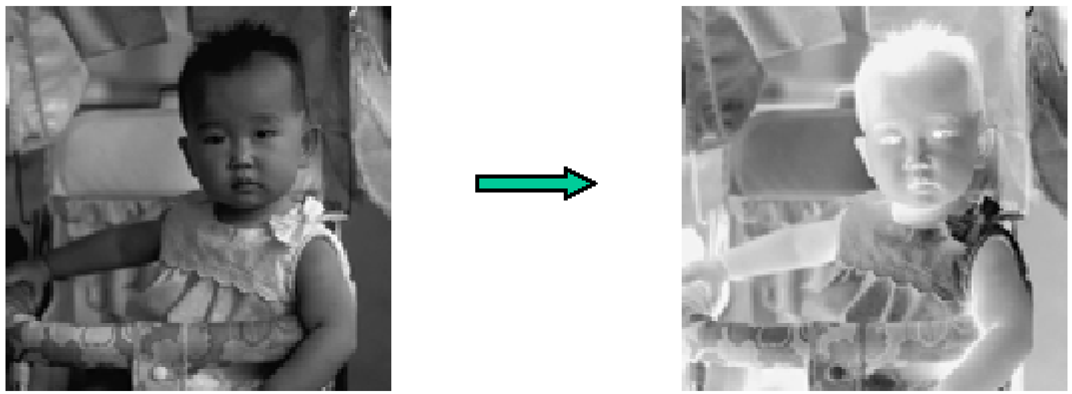
при $\alpha=1$ и $\beta<0$ изображение темнее,

при $\alpha<0$ получаем дополнение (негатив в частности)

Негативное изображение

$$I_B = f(I_A) = I_{\max} - I_A$$

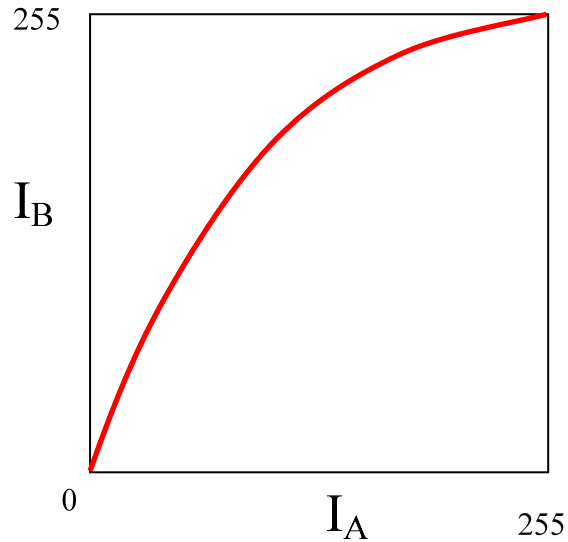




Нелинейные точечные операции

$$I_B = f(I_A) = I_A + \alpha \cdot I_A \cdot \left(I_{\max} - I_A\right)$$

Оставляет тёмные и светлые точки почти без изменения, а средние увеличивает

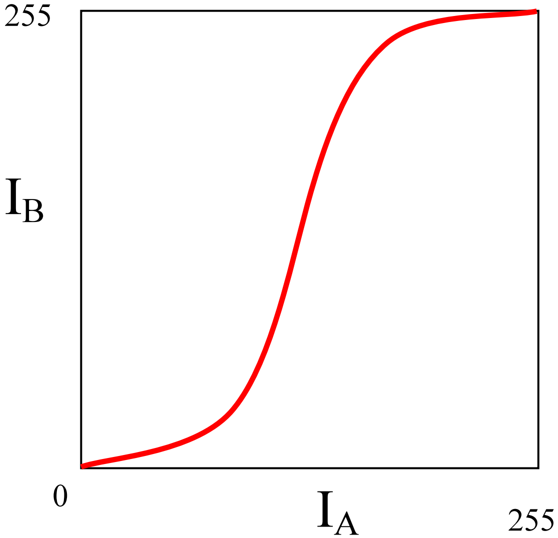


Нелинейные точечные операции

$$I_B = f(I_A) = \frac{I_{\max}}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{\sin\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{2}\right)} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \pi \left(\frac{I_A}{I_{\max}} - \frac{1}{2} \right) \right) \right]$$

$$0 < \alpha < 1$$

Увеличивает контраст средних значений



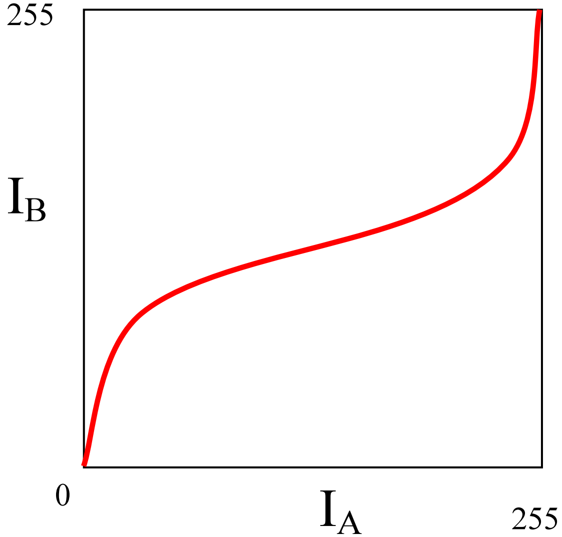
28

Нелинейные точечные операции

$$I_B = f(I_A) = \frac{I_{\max}}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{tg\left(\alpha \cdot \frac{\pi}{2}\right)} \cdot tg\left(\alpha \cdot \pi \left(\frac{I_A}{I_{\max}} - \frac{1}{2} \right) \right) \right]$$

$$0 < \alpha < 1$$

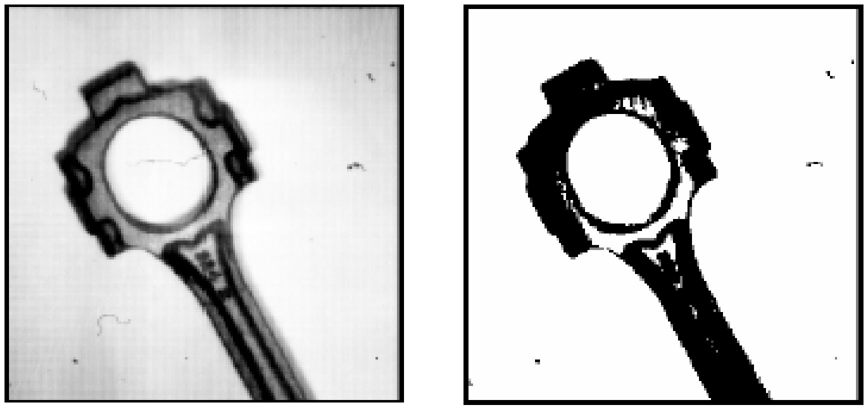
Уменьшает контраст средних значений и увеличивает для малых и больших яркостей



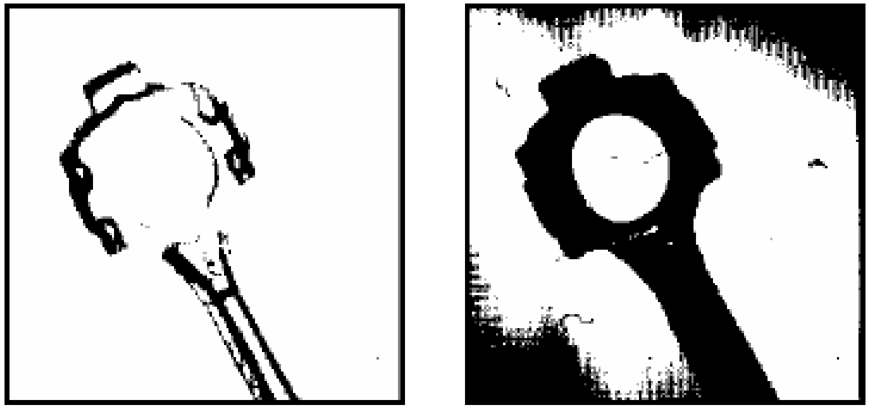
Бинаризация

Преобразование серого изображения в бинарное (двухцветное)

Проблема выбора порога бинаризации



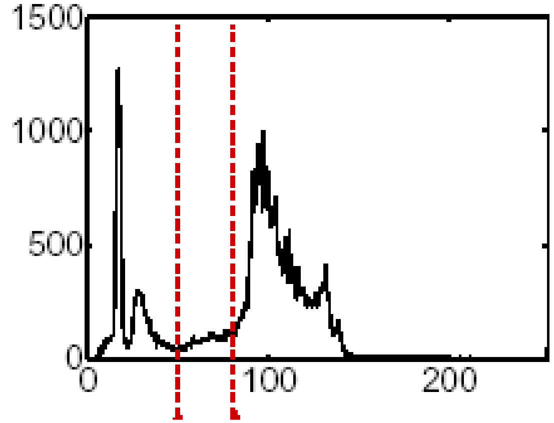
Исходное и бинарное изображения

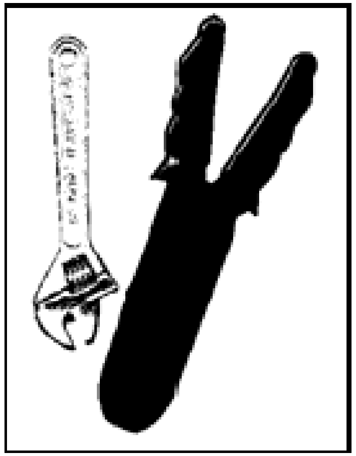


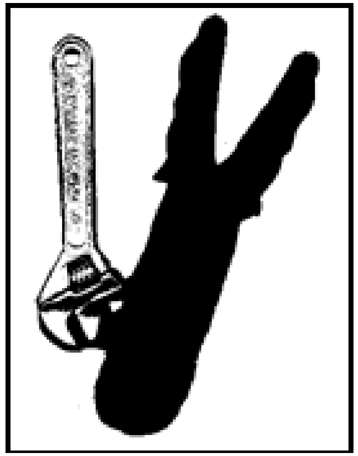
Завышение и занижение порога бинаризации

Выбор порога по гистограмме

Изображение и его гистограмма

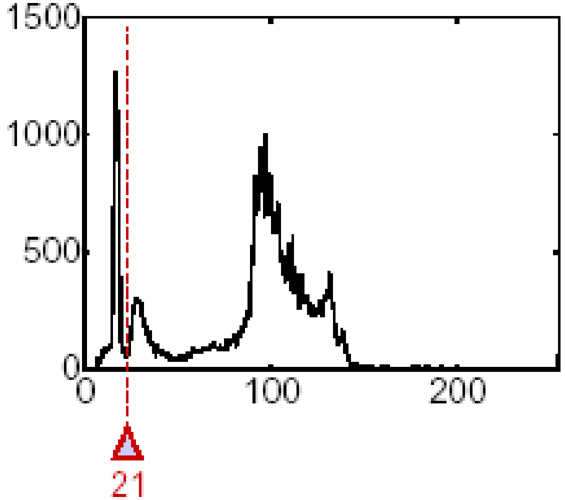


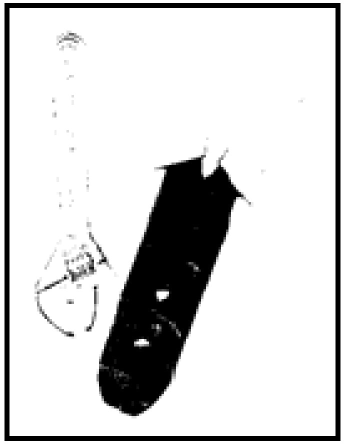




Порог 50

Порог 75

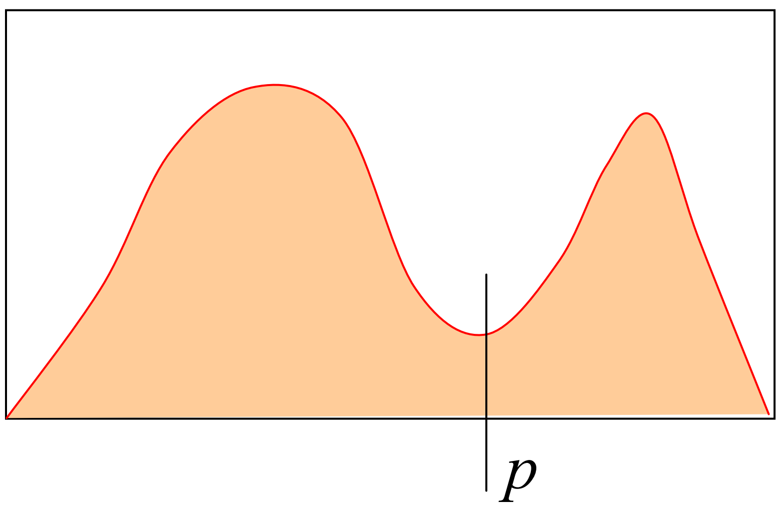


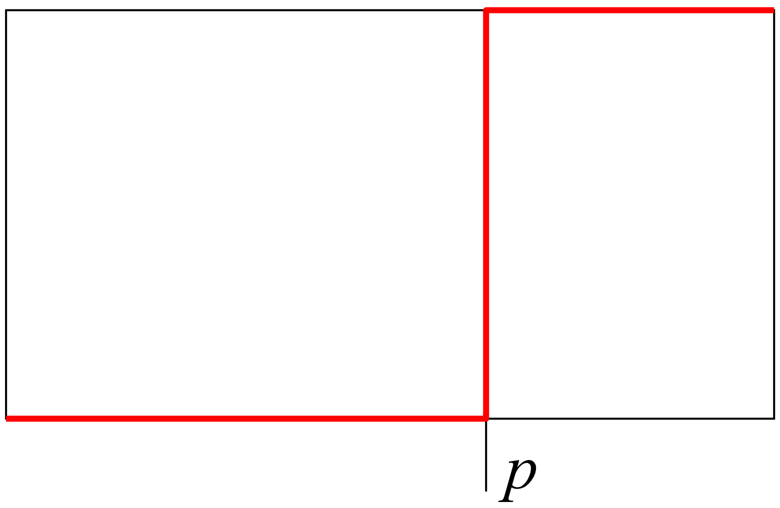


Выбор порога бинаризации

Пусть $H(D)$, $D = 0,1,\ldots,255$ - гистограмма яркости, имеющая выраженную двухмодальную структуру (двугорбый верблюд).

Выбираем порог бинаризации p. Вся картинка (все пиксели) разбивается на два подмножества: в первом яркость всех пикселей $\le p$, а во втором - $> p$.





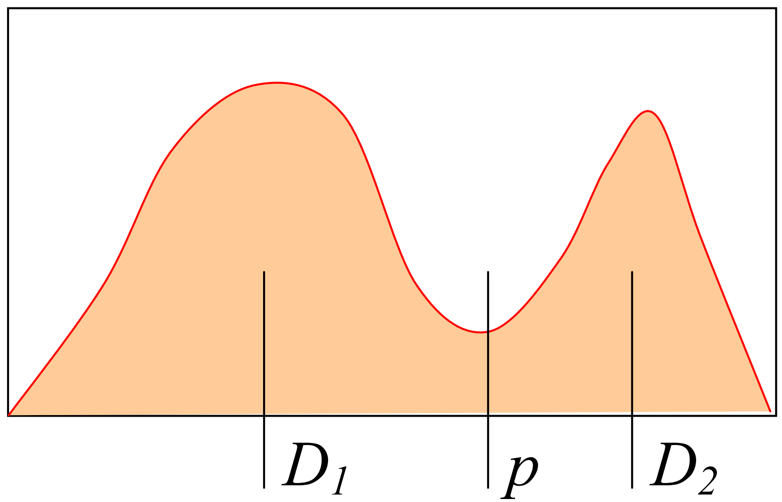
Выбор порога бинаризации

Вычислим среднюю яркость для первого подмножества:

$$D_1 = \frac{\sum_{k=0}^{p} k \cdot H(k)}{\sum_{k=0}^{p} H(k)} \qquad (1)$$

и для второго подмножества:

$$D_2 = \frac{\sum_{k=p+1}^{255} k \cdot H(k)}{\sum_{k=p+1}^{225} H(k)}. \qquad (2)$$



Модель двух классов

Теперь рассмотрим величины D_1 и D_2 в качестве центов двух кластеров. Смысл в этом такой. Задачу бинаризации мы рассмотрим, как задачу классификации. Нам нужно для каждого пиксела с яркостью D принять решение, к какому классу его отнести: к 0 или к 255. Используем алгоритм 1NN – одного ближайшего соседа. Если D ближе к D_1, то полагаем, что это класс 0, а если ближе к D_2, то полагаем класс 255.

Очевидно, что решающее правило имеет вид

$$Класс(D) = \begin{cases} 0 \quad при \quad D \le \dfrac{D_1 + D_2}{2} \\ 255 \quad при \quad D > \dfrac{D_1 + D_2}{2} \end{cases}$$

Получаем, что новый порог есть не p, а $\dfrac{D_1 + D_2}{2}$.

Уравнение для выбора порога

Но поскольку $D_1 = D_1(p)$ и $D_2 = D_2(p)$, возникает естественное желание найти такое p, для которого эти пороги совпадают, т.е.

$$\frac{D_1(p) + D_2(p)}{2} = p.$$

Решаем уравнение

$$F(p) = D_1(p) + D_2(p) - 2p = 0.$$

Решение всегда есть, так как

$F(0) = D_1(0) + D_2(0) - 2 \cdot 0 > 0$ и

$F(255) = D_1(255) + D_2(255) - 2 \cdot 255 < 0.$

Алгоритм вычисления порога

Алгоритм поиска порогового значения p состоит в переборе значений $F(p)$ по $p = 0,1,\ldots$ до момента смены знака $F(p)$ с плюса на минус.

Для того, чтобы не вычислять для каждого p суммы в выражениях (1) и (2), строим инкрементный алгоритм, исходя из следующих соотношений:

$$D_1(p) = \frac{S(p)}{R(p)}, \qquad S(p) = \sum_{k=0}^{p} k \cdot H(k),$$

$$R(p) = \sum_{k=0}^{p} H(k),$$

$$D_2(p) = \frac{S(255) - S(p)}{R(255) - R(p)},$$

$$S(p+1) = S(p) + (p+1) \cdot H(p+1),$$

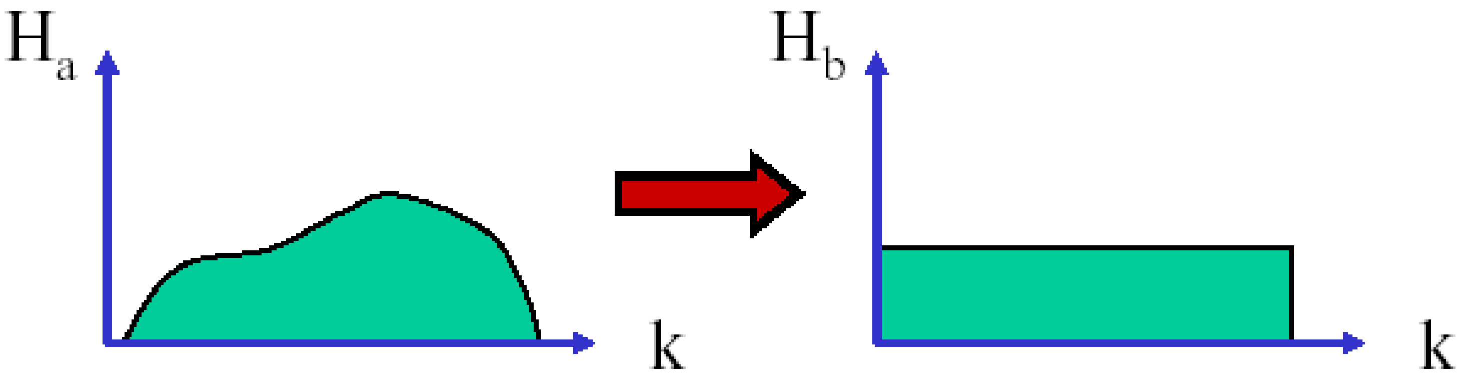
$$R(p+1) = R(p) + H(p+1).$$

Эквализация гистограмм

Для наилучшего визуального разрешения можно переопределить распределение яркости в изображении более равномерно.

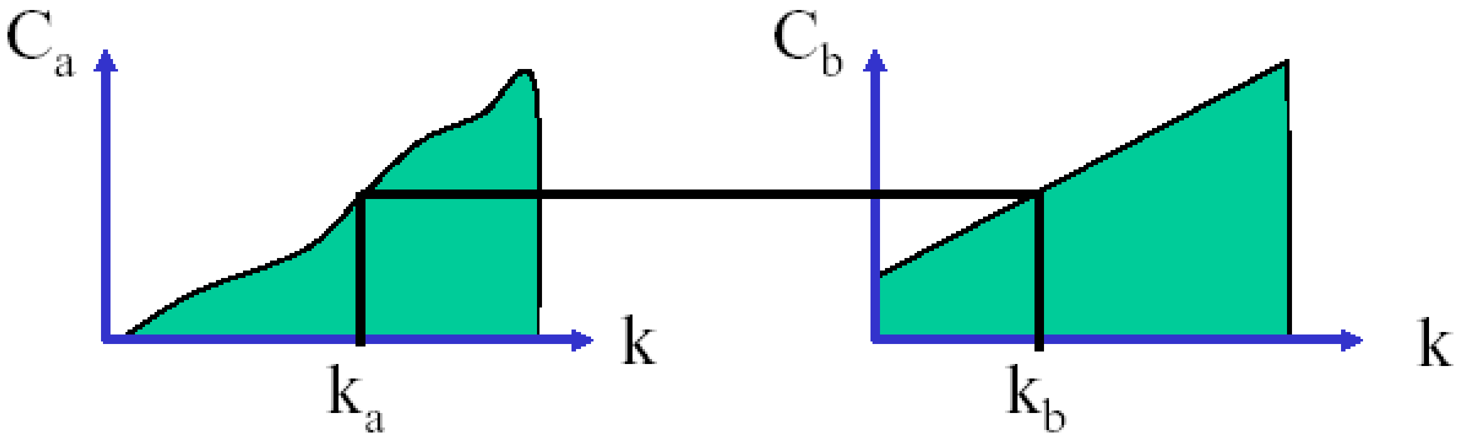
Зададим преобразование яркости $I_B = f(I_A)$
таким образом, чтобы:

- гистограмма H_B была как можно более близка к равномерной плотности;
- функция f - монотонно возрастает.



Эквализация гистограмм

Нужно привести накопительную гистограмму к линейной функции

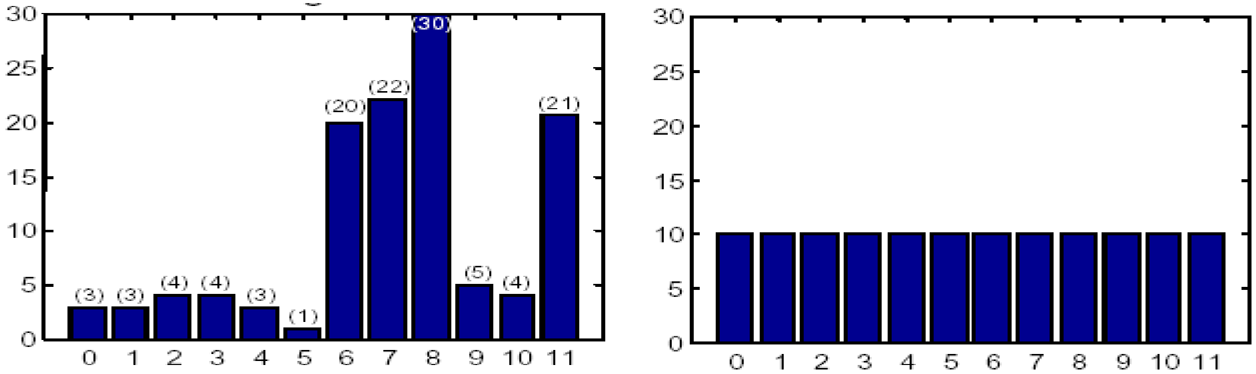


Определим

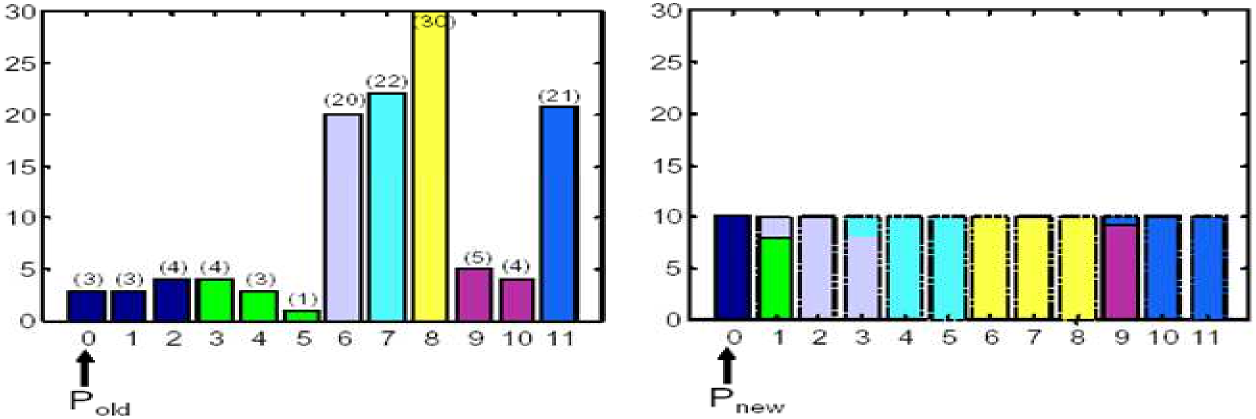
$$C_B(k_B) = k_B \cdot \frac{\text{число пикселей с яркостью} \le k_A}{\text{число пикселей в изображении}}$$

Тогда $$k_B = f(k_A) = C_B^{-1}\left(C_A(k_A)\right)$$

Алгоритм двух указателей

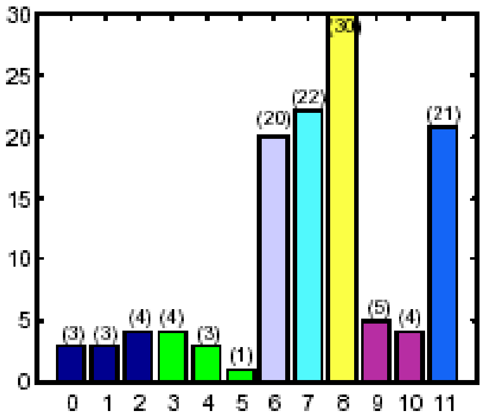


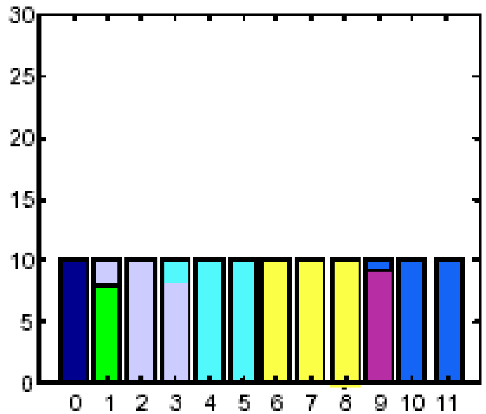
Исходная и выходная гистограммы

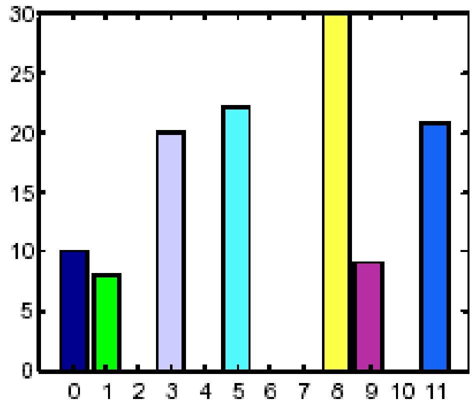


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	old
0	0	0	1	1	1	3	5	8	9	9	11	new

Алгоритм двух указателей

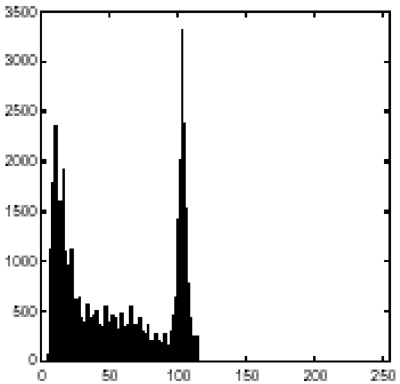


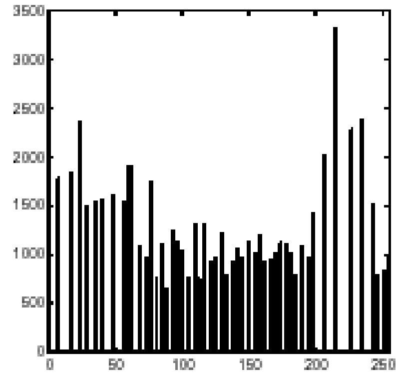




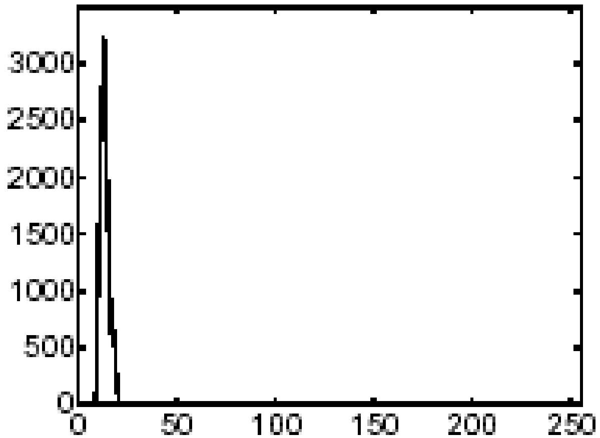
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 old
0 0 0 1 1 1 3 5 8 9 9 11 new

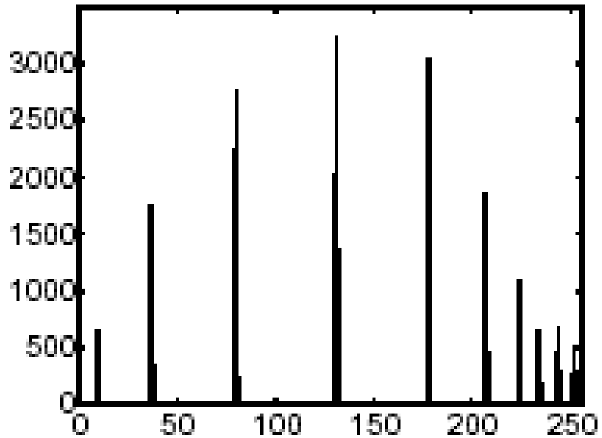
Пример эквализации





Пример эквализации

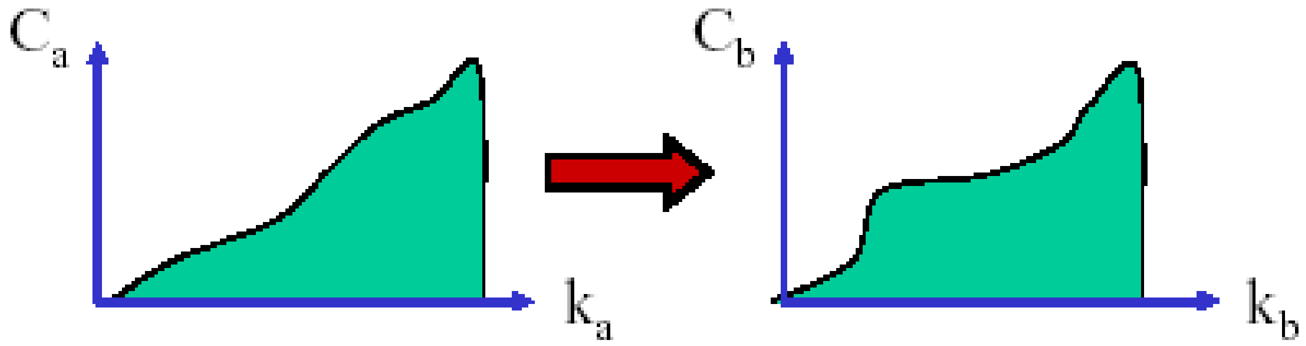




Выравнивание гистограмм

Преобразование изображения А так, чтобы его гистограмма совпала с гистограммой В

Используется при сравнении изображений одной и той же сцены, полученных при разном освещении



$$k_B = f(k_A) = C_B^{-1}\left(C_A(k_A)\right)$$